

# О МЕТОДАХ НАСТРОЙКИ МНОГОСЛОЙНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

**А.И. Галушкин**

*Московский физико-технический институт (государственный университет)*

Россия, 123557, Москва, ул. Пресненский Вал, 17

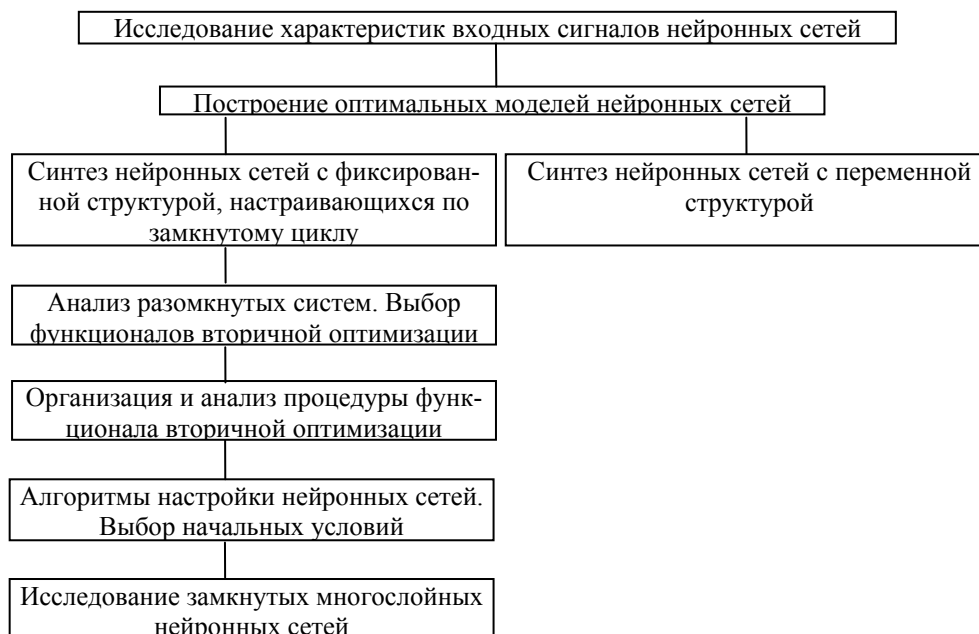
E-mail: [neurocomputer@yandex.ru](mailto:neurocomputer@yandex.ru)

**Ключевые слова:** многослойные нейронные сети, теория нейронных сетей, алгоритмы настройки многослойных нейронных сетей, нейрокомпьютеры с применением мемристоров, метод обратного распространения

**Аннотация:** В данной статье отмечается значительная роль работ Пауля Вербоса [1, 2] и автора [3-5] в развитии и применении нейросетевых технологий, место российских работ в области теории нейронных сетей, а также перспективы обоих направлений в разработке методов и алгоритмов настройки многослойных нейронных сетей и их реализацией в виде нейрокомпьютеров с применением мемристоров.

## 1. О системном подходе к синтезу алгоритмов настройки коэффициентов в многослойных нейронных сетях

Во второй половине 60-х годов прошлого века в России родилась методика синтеза нейронных сетей, которая развивалась и успешно применялась в течение последующих почти пятидесяти лет. Общая структура этой методики представлена на рис. 1. Основа системного подхода к синтезу алгоритмов настройки коэффициентов в многослойных нейронных сетях была заложена в России в работах [14-19].



**Рис. 1.** Системный подход к синтезу многослойных нейронных сетей.

## 2. Нейронные сети – частный вид объекта управления в адаптивной системе с аналитическими методами настройки коэффициентов (адаптации)

Нейронные сети явились в теории управления одним из первых примеров перехода от управления простейшими линейными стационарными системами к управлению сложными нелинейными, нестационарными, многомерными, многосвязными системами.

На рис. 2 показано то каноническое представление структуры нейронной сети, которое было принято в середине 60-х годов прошлого века для решения задач и для разработки алгоритмов настройки коэффициентов. Это были нейронные сети с полными (или неполными по какой-либо причине) последовательными, перекрестными и обратными связями.

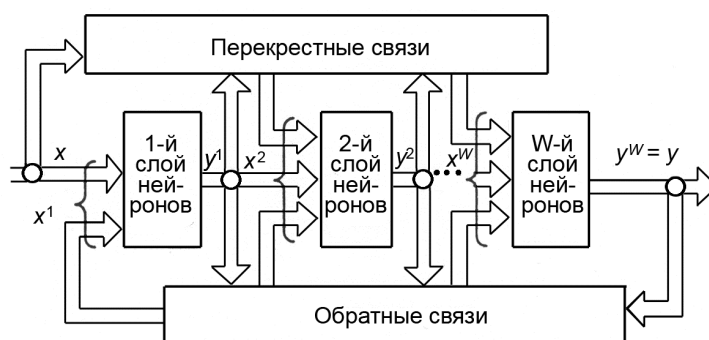


Рис. 2. Многослойная нейронная сеть (каноническое представление 60-х годов XX в.).

Отметим, что введение обратных связей, и как следствие разработка алгоритмов настройки их коэффициентов в 60-е, 70-е, 80-е годы прошлого столетия имело чисто теоретический смысл, т.к. не было практических задач, адекватных таким структурам. Лишь в конце 80-х – начале 90-х годов стали появляться такие задачи и простейшие структуры с настраиваемыми обратными связями для их решения (так называемые рекуррентные нейронные сети).

Иначе в 60-е и 70-е годы прошлого столетия рассматривались перекрестные связи. В течение всей своей 50-летней деятельности в области нейросетевых технологий автор занимался не только разработкой алгоритмов настройки многослойных нейронных сетей и нейросетевыми алгоритмами решения различных задач, но и наиболее эффективными (на текущий момент развития технологии электроники) аппаратными эмуляторами нейросетевых алгоритмов.

В 60-е годы прошлого столетия до появления микропроцессора наиболее эффективными эмуляторами нейронных сетей были аналоговые реализации разомкнутых нейронных сетей с реализацией алгоритмов настройки на универсальных ЭВМ [20], иногда системы на адаптивных элементах с аналоговой памятью [21, 22]. Такой уровень развития электроники делал актуальным введение перекрестных связей в структуры нейронных сетей, т.к., как показано в [10-12, 19], это приводило к значительному уменьшению числа нейронов в нейронной сети при сохранении качества решения задачи (например, дискриминантной способности при решении задач распознавания образов). Исследования 60-х и 70-х годов прошлого столетия в области оптимизации структур нейронных сетей с перекрестными связями наверняка найдут развитие при реализации мемристорных систем с учетом их специфики в части аналогово-цифровой обработки информации.

Специфические требования прикладных задач определяют некоторые особенности структур нейронных сетей, являющихся объектом управления с помощью специфических алгоритмов настройки, представленных в [10-12, 19]:

- *Континуум числа классов*, когда указание учителя системы формируется в виде непрерывного значения функции в некотором диапазоне изменения;
- *Континуум решений многослойной нейронной сети*, формируемый выбором непрерывной функции активации нейрона последнего слоя;
- *Континуум числа признаков*, формируемый переходом в пространстве признаков от представления выходного сигнала в виде N-мерного вектора вещественных чисел к вещественной функции в некотором диапазоне изменения аргумента. Континуум числа признаков, как следствие, требует специфической программной и аппаратной реализации нейронной сети.
- *Континуум числа нейронов в слое*. Реализация многослойных нейронных сетей с континуумом классов и решений проводится выбором соответствующих видов функций активации нейронов последнего слоя. Вариант континуума признаков входного пространства был реализован в задаче распознавания периодических сигналов без преобразования их с помощью АЦП на входе системы, и реализацией аналого-цифровой многослойной нейронной сети [20].

В таблице 1 представлен систематизированный набор вариантов алгоритмов настройки многослойных нейронных сетей в пространстве «Входной сигнал – пространство решений», разработанных и представленных в [15].

**Таблица 1.** Классификация нейронных сетей.

Пространство (число) решений	Входной сигнал				
	Два класса		K классов		Континуум классов
Два	1		7		
$K_p$	$K_p = 3$	3a	$K < K_p$	9	10
			$K = K_p$	2	
	$K_p = \text{const}$	3б	$K > K_p$	4	
Континуум	5		6		11

Основными преимуществами нейронных сетей как логического базиса алгоритмов решения сложных задач являются следующие:

- инвариантность методов синтеза нейронных сетей от размерности пространства признаков;
- возможность выбора структуры нейронных сетей в значительном диапазоне параметров в зависимости от сложности и специфики решаемой задачи с целью достижения требуемого качества решения;
- адекватность текущим и перспективным технологиям микроэлектроники;
- отказоустойчивость в смысле его неточного, а не катастрофического изменения качества решения задачи в зависимости от числа вышедших из строя элементов.

### 3. О входном сигнале нейронных сетей

Вероятностная модель окружающего мира является основой нейросетевых технологий. Подобная модель является основой математической статистики. Нейронные сети возникли как раз в то время, когда экспериментаторы, использующие методы матема-

тической статистики, задали себе вопрос: А почему мы обязаны описывать функции распределения входных случайных сигналов в виде конкретных аналитических выражений (нормальное распределение, распределение Пуассона и т.д.). Если это правильно и на это есть какая-то физическая причина, то задача обработки случайных сигналов становится достаточно простой.

Специалисты по нейросетевым технологиям сказали: «Мы ничего не знаем о функции распределения входных сигналов, мы отказываемся от необходимости формального описания функции распределения входных сигналов, даже если мы сузим класс решаемых задач. Мы считаем функции распределения входных сигналов сложными, неизвестными и будем решать частные конкретные задачи в условиях подобной априорной неопределенности».

Именно поэтому нейронные сети в начале 60-х годов прошлого столетия эффективно применяются при решении задач распознавания образов. Причем задача распознавания образов трактуется как задача аппроксимации многомерной случайной функции, принимающей  $K$  значений, где  $K$  – число классов образов.

Ниже отмечены некоторые режимы работы многослойных нейронных сетей, определяемые характеристиками случайных входных сигналов, для которых еще в конце 60-х годов прошлого столетия были разработаны алгоритмы настройки коэффициентов.

### 3.1. Априорные вероятности появления классов

При всей недостаточности априорной информации о функциях распределения входных сигналов, неучет некоторой полезной информации может привести к потере качества решения задачи. Это в первую очередь касается априорных вероятностей появления классов. В работах [19, 10-12] представлены алгоритмы настройки многослойных нейронных сетей с учетом имеющейся информации об априорных вероятностях появления классов. Это имеет место в таких задачах, как распознавание букв в тексте, когда для данного языка вероятность появления каждой буквы известна, и эту информацию необходимо использовать при построении алгоритма настройки коэффициентов многослойной нейронной сети.

### 3.2. О квалификации учителя

В задачах распознавания образов, как правило, по умолчанию квалификация учителя является полной, т.е. вероятность правильного отнесения учителем образов к тому или иному классу равна единице. На практике, при наличии косвенных измерений, это зачастую не соответствует действительности. Это имеет место, например, в задачах медицинской диагностики, когда при верификации архива медицинских данных, предназначенных для обучения системы медицинской диагностики, квалифицированным врачом или консилиумом врачей вероятность отнесения медицинских данных к тому или иному заболеванию не равна единице.

Введение понятия конечной квалификации учителя видоизменяет алгоритм настройки коэффициентов многослойной нейронной сети [15]. В общем случае квалификация учителя может быть различной для различных классов образов.

Введение понятия квалификации учителя в [15] позволило разработать единые алгоритмы настройки коэффициентов многослойных нейронных сетей для режимов обучения, обучения с учителем, обладающим конечной квалификацией и самообучения (кластеризации), когда при наличии  $k$  или двух классов образов квалификация учителя (вероятность отнесения образов к тому или иному классу) равна  $1/k$  или  $1/2$ .

Введение понятия квалификации учителя в системах распознавания образов позволило чисто теоретически рассмотреть режимы «вредительства» системе, когда системе сообщается заведомо ложное (с различной степенью ложности) отнесение образов к

тому или иному классу. Данный режим настройки коэффициентов многослойной нейронной сети пока не нашел практического применения.

### 3.3. Кластеризация

Кластеризация (самообучение) – это частный режим работы многослойных нейронных сетей, когда системе не сообщается информация о принадлежности образцов к тому или иному классу. Кластеризации (самообучению) посвящено множество научных работ. Основная задача кластеризации заключается в обработке множества векторов в многомерном пространстве признаков с выделением компактных подмножеств (подмножеств, близко расположенных друг к другу), их количества и свойств.

Наиболее распространенным методом кластеризации является метод “K-means”, практически не связанный с методами обратного распространения и не обобщаемый на архитектуры типа многослойных нейронных сетей.

Введение понятия квалификации учителя и единого подхода к обучению и самообучению в работах [16-18] позволило фактически создать основу для реализации режима кластеризации в многослойных нейронных сетях широкого класса структур.

### 3.4. Нестационарные образы

Существующие разработки в области систем распознавания образов на базе многослойных нейронных сетей в основном относятся к стационарным образам, т.е. к случайным входным сигналам, имеющим сложные неизвестные, но стационарные во времени функции распределения. В работах [16, 17] впервые сделана попытка распространить предлагаемую методику настройки многослойных нейронных сетей на нестационарные образы, когда предполагаемая неизвестная функции распределения входного сигнала зависит от времени или входной случайный сигнал является суперпозицией регулярной составляющей и случайной составляющей с неизвестной сложной функцией распределения, не зависящей от времени.

## 4. О критериях первичной оптимизации в многослойных нейронных сетях

Вероятностная модель мира, взятая за основу при построении алгоритмов адаптации в многослойных нейронных сетях, позволила формировать критерий первичной оптимизации в рассматриваемых системах в виде требований минимума средней функции риска и его модификаций [15, 18]:

- максимум апостериорной вероятности;
- минимум средней функции риска;
- минимум средней функции риска при условии равенства условных функций риска для различных классов;
- минимум средней функции риска при условии заданного значения условной функции риска для одного из классов;
- другие критерии первичной оптимизации, вытекающие из требований конкретной практической задачи.

В работах [10-12, 18, 19] были представлены модификации алгоритмов настройки многослойных нейронных сетей для указанных выше критериев первичной оптимизации. Отметим, что в подавляющем большинстве работ в области теории нейронных сетей и в алгоритмах обратного распространения рассматривается простейший критерий

– минимума среднеквадратической ошибки без каких бы то ни было ограничений на условные функции риска.

В режиме самообучения (кластеризации) предпосылкой формирования критерия и функционала первичной оптимизации нейронных сетей служит представление функции распределения входного сигнала в виде многомодальной функции в многомерном пространстве признаков, где каждой моде с некоторой вероятностью соответствует класс. В качестве критериев первичной оптимизации в режиме самообучения (кластеризации) использовались модификации средней функции риска.

В работах [10-12, 19] представленные выше модификации критериев первичной оптимизации были обобщены на случаи:

- континуума классов и решений,
- континуума признаков входного пространства,
- континуума числа нейронов в слое,  
при произвольной квалификации учителя.

Важным разделом формирования критерия и функционала первичной оптимизации в многослойных нейронных сетях при вероятностной модели мира является выбор матрицы потерь, которая в теории статистических решений определяет коэффициент потерь  $l_{12}$  при ошибочном отнесении образов 1-го класса ко 2-му, и коэффициент потерь  $l_{21}$  при отнесении образов 2-го класса к 1-му. Как правило, по умолчанию матрица  $L$  этих коэффициентов при синтезе алгоритмов настройки многослойных нейронных сетей, в том числе и при применении метода обратного распространения, принимается симметричной, т.е.  $l_{12} = l_{21}$ . На практике это не соответствует действительности. Характерным примером является система обнаружения мин с применением геолокатора. В этом случае потери при ошибочном отнесении камня к мине равнозначны некоторой небольшой потере времени пользователем геолокатора. Потери, связанные с ошибочным отнесением мины к классу камней связаны с жизнью или значительной потере здоровья пользователями геолокатора.

В работах [10-12, 19] представлены алгоритмы настройки многослойных нейронных сетей для произвольных, в том числе недиагональных матриц потерь.

## **5. Анализ разомкнутых нейронных сетей**

Данный этап синтеза ставит своей целью определение в общем виде статистических характеристик выходных и промежуточных сигналов нейронных сетей, как многомерных, нелинейных объектов управления с целью дальнейшего формирования критерия и функционала вторичной оптимизации, т.е. функционала, реально оптимизируемого алгоритмом адаптации в конкретной нейронной сети. В подавляющем большинстве работ в качестве такого функционала принимается среднеквадратическая ошибка, что ухудшает качество решения или вообще не соответствует задаче оптимизации, поставленной критерием первичной оптимизации.

В работах [19, 10-12] представлена методика и алгоритмы формирования функционала вторичной оптимизации, соответствующего заданному функционалу первичной оптимизации из числа приведенных выше в п.4.

## 6. Алгоритмы поиска экстремума функционалов вторичной оптимизации

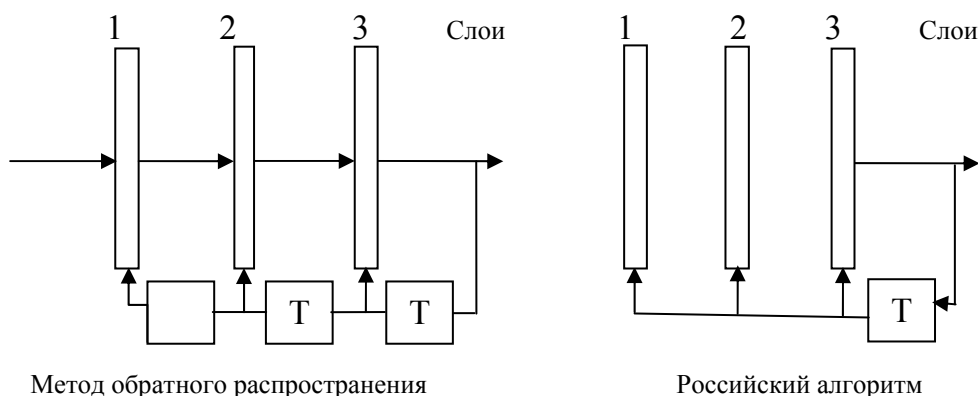
Алгоритм поиска экстремума применительно к конкретному функционалу вторичной оптимизации определяет алгоритм настройки коэффициентов многослойной нейронной сети. В настоящее время наибольший практический интерес представляют подобные алгоритмы, реализованные в системе Matlab (Neural Network Toolbox) [24]. Однако необходимо отметить частность алгоритмов адаптации в многослойных нейронных сетях, используемых в системах Matlab (Neural Network Toolbox) версия 2013 г. и ориентацию этих алгоритмов не на специфику решаемых задач, а на воображаемую «геометрию» функционалов вторичной оптимизации [24]. Эти алгоритмы не учитывают многих деталей специфики применения многослойных нейронных сетей при решении конкретных задач, и, естественно, требуют коренной, если не принципиальной переработки при переходе к мемристорным нейронным системам.

В работе [26] автором монографии [25] произведен детальный сравнительный анализ метода обратного распространения [1-5] и российских методов 60-х – 70-х годов прошлого века. Основная особенность данных алгоритмов заключается в необходимости поиска локальных и зачастую глобального экстремумов многоэкстремального функционала в многомерном пространстве настраиваемых коэффициентов нейронной сети. Рост размеров нейронной сети ведет к значительному росту числа настраиваемых коэффициентов, т.е. к росту размерности пространства поиска. Еще в 60-х годах прошлого века в работах [14, 19] предлагались поисковые и аналитические процедуры расчета градиента функционала вторичной оптимизации, а в классе аналитических процедур предлагалось и исследовалось применение для организации поиска не только первой, но и второй производной функционала вторичной оптимизации. Специфика многоэкстремальности функционала вторичной оптимизации привела в течение последующих десятилетий к появлению различных модификаций методов поиска (генетические алгоритмы и т.п.)

Объединение в одном коллективе в 60-е годы прошлого столетия и в последующие десятилетия групп, занимающихся теорией нейронных сетей, нейроматематикой и аппаратной реализацией нейрокомпьютеров привело к созданию алгоритмов поиска экстремумов функционалов вторичной оптимизации с ограничениями на величину, скорости и другие параметры весовых коэффициентов нейронных сетей.

Именно эти методы должны быть основой работ по методам настройки нейронных сетей с применением мемристоров с учетом таких специфических характеристик мемристоров (весовых коэффициентов), как передаточные функции.

Необходимо отметить еще одно, на первый взгляд, незначительное отличие алгоритмов обратного распространения от алгоритмов, разработанных и представленных в [10-12, 18, 19]. Условно их отличие показано на рисунке 3. Метод обратного распространения реализуется рекуррентным уравнением, причем аргументом рекуррентного уравнения является номер слоя многослойной нейронной сети (рекурсии выполняются в направлении убывания номером слоя – от последнего к первому). Российская методика реализует целиком параллельный алгоритм изменений весовых коэффициентов всех слоев.



**Рис. 3.** Иллюстрация отличия метода обратного распространения и методов, представленных в [10-12, 18, 19].

В будущем это в значительной степени будет влиять на реализацию методов распараллеливания алгоритмов настройки коэффициентов многослойной нейронной сети с помощью перспективных суперЭВМ.

## 7. Начальные условия при настройке коэффициентов

Выбор начальных условий итерационной процедуры поиска экстремумов функционалов вторичной оптимизации является важным этапом синтеза алгоритмов настройки многослойных нейронных сетей. Качественное решение этой задачи в значительной степени может сократить время настройки.

Априорная сложность функционала вторичной оптимизации сделала необходимой введение процедуры выбора начальных условий в виде случайных значений коэффициентов с повторением этой процедуры и процедуры настройки коэффициентов. Эта процедура еще в 60-е годы прошлого столетия казалась чрезвычайно избыточной с точки зрения времени, затрачиваемого на настройку коэффициентов. Однако, несмотря на это, она достаточно широко применяется и в настоящее время.

Для отдельных задач еще в 60-е годы прошлого века была принята идея выбора начальных условий, специфических для данной решаемой задачи. Такая процедура была отработана для трех задач [15, 17-19]:

- распознавание образов;
- кластеризация;
- нейроидентификация нелинейных динамических объектов.

В принципе задача выбора начальных условий должна решаться специфически для каждой задачи, решаемой нейронной сетью, и быть неотъемлемой составляющей общей процедуры синтеза алгоритмов настройки многослойных нейронных сетей.

## 8. Память в контуре настройки коэффициентов

Системный подход к построению алгоритмов поиска экстремума функционала вторичной оптимизации предполагает в качестве одного из режимов настройки перенастройку коэффициентов в каждом такте поступления образов на входе по текущему значению градиента функционала вторичной оптимизации. В [10-12, 19] представлены



алгоритмы настройки многослойных нейронных сетей с фильтрацией последовательности значений градиентов функционала вторичной оптимизации:

- фильтром нулевого порядка с памятью  $mn$  (для стационарных образов);
- фильтром  $1, \dots, k$ -того порядка с памятью  $mn$  (для нестационарных образов) с различной гипотезой изменения во времени функций распределения для образов различных классов.

## 9. Исследование алгоритмов адаптации в нейронных сетях

Главный вопрос – как выбрать структуру многослойной нейронной сети для решения выбранной конкретной задачи – до сих пор в значительной степени не решен. Можно предложить лишь структуру разумного направленного перебора вариантов структур с оценкой их эффективности в процессе решения задачи.

Однако оценка качества работы алгоритма настройки на конкретной выбранной структуре, конкретной задаче может быть недостаточно корректной.

Так, для оценки качества работы линейных динамических систем управления применяются типовые входные сигналы (ступенчатый, квадратичный и т.д.), по реакции на которые оценивается установившаяся ошибка (астатизм системы) и ошибки в переходных процессах.

Подобно этому для многослойных нейронных сетей еще в 60-е годы прошлого столетия были разработаны [19] типовые входные сигналы для проверки и сравнения работоспособности различных алгоритмов настройки.

Естественно, что типовые входные сигналы для таких объектов, как многослойные нейронные сети, являются специфическими для каждой решаемой задачи. В работах [19,10-12] представлены типовые входные сигналы для следующих задач:

- распознавание образов;
- кластеризация;
- нейроруправление динамическими объектами.

Основным аксиоматическим принципом применения нейросетевых технологий вместо методов классической математической статистики является отказ от формализованного описания функций распределения вероятностей для входных сигналов и принятие концепции неизвестных, сложных функций распределения. Именно по этой причине в работах [10-12, 19] были предложены следующие типовые входные сигналы.

Для задачи кластеризации была предложена выборка случайного сигнала с многомодальным распределением, реализуемая в  $N$ -мерном пространстве признаков с модами функции распределения, центры которых в количестве  $z$  размещаются на гипербисектрисе  $N$ -мерного пространства признаков. Каждая мода реализует составляющую случайной выборки с нормальным распределением и среднеквадратичным отклонением  $\sigma$ , равным для каждой из  $z$  мод. Предметом сравнения различных методов кластеризации будет динамика настройки и качество решения задачи в зависимости от  $N$ ,  $z$  и  $\sigma$ , при достаточно большой случайной выборке  $M$ . Этот подход можно считать одним из первых достаточно объективных подходов к сравнению алгоритмов кластеризации, в том числе основанных на многослойных нейронных сетях [10-12, 19] с соответствующим выбором структуры для достижения необходимого качества кластеризации.

Для задач классификации входные сигналы для испытаний аналогичны сигналам для кластеризации с тем изменением, что выборка с многомодальным распределением делится на 2 (в случае двух классов) или  $K$  (в случае  $K$  классов) частей с перемежающимися модами функции распределения для отдельных классов.

## 10. Нейронные сети с переменной структурой

Отказ в нейросетевых технологиях от априорной информации, от информации о функциях распределения входных сигналов приводит к необходимости реализации разумного перебора параметров структуры многослойных нейронных сетей для обеспечения необходимого качества решения задачи.

В 60-е годы прошлого столетия для весьма актуального в то время класса задач – распознавания образов – была предложена [14, 19] процедура настройки многослойных нейронных сетей, в которой структура априори не фиксируется, а является результатом настройки наряду со значениями настраиваемых коэффициентов. При этом в процессе настройки выбираются число слоев и число нейронов в слоях.

Процедура настройки коэффициентов многослойной нейронной сети с переменной структурой легко переносится с задачи распознавания двух классов образов на задачу распознавания  $K$  классов образов. При этом результатом настройки являются  $K$  нейронных сетей, в каждой из которых первым классом является  $k$ -й класс ( $k = 1, \dots, K$ ), а вторым все остальные.

Подобная идея настройки многослойных нейронных сетей с переменной структурой применима и к решению задачи кластеризации. При этом в качестве первого класса образов принимается исходная анализируемая выборка, а в качестве второго класса – выборка с равномерным распределением в диапазоне изменения признаков.

При этом реализуемая в процессе настройки многослойная нейронная сеть с переменной структурой качественно и количественно отражает сложность решения задачи. С этой точки зрения задача кластеризации, как задача рождения новых знаний об изучаемом объекте, заключается в выделении и анализе тех областей многомерного пространства признаков, в которых функция распределения вероятностей превышает уровень равномерного распределения в диапазоне изменения величин признаков.

## 11. Нейроматематика и нейроуправление

Это два важных раздела нейросетевых технологий, рожденных развитием теории нейронных сетей. Нейроматематика – раздел вычислительной математики, связанный с развитием сложных формализуемых и неформализуемых задач в нейросетевом логическом базисе. В работах [27-30] показано, что в последние 20-30 лет нейросетевые технологии применялись для решения практически всех формализуемых задач при превышении ими некоторого порога сложности, в частности размерности. В настоящее время нейросетевые технологии являются основными, применяемыми для решения неформализуемых задач.

Нейросетевые технологии становятся главным способом решения задач идентификации и управления сложными динамическими объектами (нелинейными, многомерными, с переменными параметрами) [31].

## 12. Нейрокомпьютеры с использованием мемристоров и перспективы развития теории нейронных сетей

Главной целью российской научной школы в области нейросетевых технологий является не создание набора нейросетевых парадигм, как в пакете программ Neural

Network Toolbox, а отработка методики, которая для каждой решаемой задачи позволяет сформировать нейросетевой алгоритм, адекватный именно решаемой задаче. Это в значительной степени касается распространения разработанных в [19, 10-12] методов настройки многослойных нейронных сетей на нейροкомпьютеры с применением мемристоров и на задачи нейроматематики и нейроуправления, решаемые с помощью нейροкомпьютеров с применением мемристоров [32-34].

При этом при разработке методов настройки многослойных нейронных сетей для нейροкомпьютеров с применением мемристоров должен быть учтен опыт создания алгоритмов настройки многослойных нейронных сетей:

- с ограничениями на весовые коэффициенты;
- с ограничениями на априорные вероятности появления классов;
- с ограничениями на квалификацию учителя;
- с ограничениями на матрицы потерь;
- с ограничениями на условные функции риска;
- возможные ограничения на размерность (точность) представления весовых коэффициентов с возможностью адаптивного управления разрядностью (точностью);
- другие ограничения.

На протяжении всей истории развития вычислительной техники:

- однопроцессорные ЭВМ,
  - транспьютерные системы
  - системы на базе графических процессоров,
- постоянно делались попытки моделирования функций мозга и создавались специализированные нейροкомпьютеры.

Развитие теории нейронных сетей, нейроматематики и нейроуправления для нейροкомпьютеров с применением мемристоров позволит сделать эти вычислительные системы достаточно универсальными.

Причем одной из основных задач в теории нейронных сетей станет переход в многослойной нейронной сети от передаточной функции в простейшем случае:

$$y = f \sum_i a_i f \sum_j a_j f \sum_k a_k x_k$$

к передаточной функции

$$y = f \sum_i a_i(z) f \sum_j a_j(z) f \sum_k a_k(z) x_k,$$

где  $a(z)$  – передаточная функция мемристора.

В этом плане важными становятся задачи построения моделей мемристоров и мемристорных систем на FPGA и суперЭВМ на базе графических процессоров.

### 13. Заключение

В своих монографиях [11, 12] автор изложил результаты работ коллектива за несколько десятилетий в области теории нейронных сетей и сердечно благодарен трем ведущим ученым: Лотфи Заде, Роберту Хехт Нильсену и Shun-ichi Amari за высокую оценку наших работ.

Теория нейронных сетей является в настоящее время самостоятельным направлением науки. Основные перспективные направления теории нейронных сетей связаны, конечно, с решением наиболее сложных практических задач.

## Список литературы

1. Werbos P.J. Beyond Regression: New Tools for Prediction and Analysis in the Behavioral Sciences. Thesis in applied mathematics. Harvard University, 1974.
2. Werbos P.J. The Roots of Backpropagation: From Ordered Derivatives to Neural Networks and Political Forecasting. Wiley, 1994.
3. Rumelhart D.E., Hinton G.E., Williams R.J. Learning internal representations by error propagation // In: D.E. Rumelhart and J.L. McClelland, Eds., Parallel Data Processing. Cambridge, VA: The M.I.T. Press. 1986. Vol. 1. P. 318-362.
4. Rumelhart D.E., Hinton G.E., Williams R.J. Learning representations by back-propagating errors // Nature. 1986. Vol. 323. P. 533-536.
5. Rumelhart D.E., McClelland J.L. and the PDP Research Group, Eds. Parallel Distributed Processing. Cambridge, MA: The M.I.T. Press. 1986. Vol. 1 and 2.
6. Rosenblatt F. Principles of Neurodynamics. Washington, D.C.: Spartan Press, 1961.
7. Кузин Л.Т. Расчет и проектирование дискретных систем управления. М.: Машгиз, 1962.
8. Солодовников В.В. Самонастраивающиеся системы. Раздел VI. Техническая кибернетика. Теория автоматического регулирования. Кн. 3, ч. II. М.: Машиностроение, 1969.
9. Цыпкин Я.З. Адаптация и обучение в автоматических системах. М.: Наука, 1968.
10. Галушкин А.И. Теория нейронных сетей. М.: ИПРЖР, 2000.
11. Galushkin A.I. Neural Network Theory. Berlin, Heidelberg: Springer, 2007.
12. Галушкин А.И. Нейронные сети: основы теории. М.: Горячая линия – Телеком, 2010.
13. Минский М., Пейперт С. Перцептроны. М.: Мир, 1971.
14. Галушкин А.И. Многослойные системы распознавания образов. М.: МИЭМ, 1970.
15. Галушкин А.И., Зак Л.С., Тюхов Б.П. К сравнению критериев оптимизации адаптивных систем распознавания образов // Кибернетика. 1970. № 6. С. 122-130.
16. Галушкин А.И., Василькова Т.Ф., Слободенюк В.Н., Тюхов Б.П. Анализ динамики распознавания нестационарных образов // Труды МИЭМ. 1971. № 23. С. 210-227.
17. Ванюшин В.А., Галушкин А.И. Построение и исследование многослойных систем распознавания образов // Сб. «Некоторые проблемы биологической кибернетики». Под ред. А.И. Берга. Л.: Наука, 1972.
18. Галушкин А.И. Об алгоритмах адаптации в многослойных системах распознавания образов // Докл. АН УССР, 1973.
19. Галушкин А.И. Синтез многослойных нейронных систем распознавания образов. М.: Энергия, 1974.
20. Галушкин А.И. Нейрокомпьютеры. М.: ИПРЖР, 2000.
21. Аналоговые запоминающие и адаптивные элементы (под ред. Б.С. Сотскова). М.: Энергия, 1973.
22. Трейер В.В., Елизаров А.Б. Электрохимические интегрирующие и аналоговые запоминающие элементы. М.: Энергия, 1973.
23. Нейронные сети: история развития теории (ред. акад. Цыпкин Я.З., д.т.н. Галушкин А.И.) // Сер. «Нейрокомпьютеры и их применение». Кн. 5. М.: Радиотехника, 2001.
24. Mark Hudson Beale, Martin T. Hagan, Howard B. Demuth. Neural Network Toolbox. User's Guide. R2013b. MathWorks. 2013.
25. Aved'yan E. Learning System. Springer, 1995.
26. Аведьян Э.Д. Исторические аспекты развития теории многослойных нейронных сетей // Информационные технологии. 2005. № 12.
27. Галушкин А.И. Нейроматематика: методы решения задач на нейрокомпьютерах // Математическое моделирование. 1991. Т. 3, № 8.
28. Нейроматематика. Серия «Нейрокомпьютеры и их применение». Кн. 6. М.: ИПРЖР, 2002.
29. Галушкин А.И. Нейроматематика (проблемы развития) // Нейрокомпьютеры. 2003. № 1.
30. Галушкин А.И. О методике решения задач в нейросетевом логическом базисе // Приложение к журналу «Информационные технологии», № 9. 2006.
31. Галушкин А.И. Основы нейроуправления // Приложение к журналу «Информационные технологии». 2002. № 10.
32. Herbert Ho-Ching Iu, Andrew L Fitch. Development of Memristor Based Circuits // World Scientific – Imperial College Press, 2012.
33. Andrew Adamatzky (Author, Editor), Guanrong Chen (Editor) Chaos, CNN, Memristors and Beyond: A Festschrift for Leon Chua (with DVD-ROM, composed by Eleonora Bilotta) // World Scientific Publishing Company, 2012.
34. Cozma R. et al. (eds.) Advances in Neuromorphic Memristor Science and Applications. Springer Series in Cognitive and Neural Systems, 2012.