УДК 681.5

СИНТЕЗ И АНАЛИЗ НЕЧЕТКИХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ С RBF НЕЙРОСЕТЕВОЙ АДАПТАЦИЕЙ

Г.Л. Дегтярев
Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева - КАИ
Россия, 420141, Казань, ул. Карла Маркса, 10
E-mail: falekseev@mail.ru

Ф.Ф. Алексеев
Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева - КАИ
Россия, 420141, Казань, ул. Карла Маркса, 10
E-mail: falekseev@mail.ru

А.Ф. Алексеев
Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева - КАИ
Россия, 420141, Казань, ул. Карла Маркса, 10
E-mail: alfatech08@mail.ru

П.С. Широков
Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева - КАИ
Россия, 420141, Казань, ул. Карла Маркса, 10
E-mail: shirokovps@gmail.com

Ключевые слова: нечеткие системы управления, метод векторных функций Ляпунова, нейронные сети, радиально базисные функции, нечеткий логический регулятор

Аннотация: Рассматриваются нечеткие (типа Такаги-Сугено) системы управления (T-S-системы) с адаптацией с применением нейронных сетей на основе радиально базисных функций (RBF NN). С применением метода векторных функций Ляпунова (ВФЛ) получены условия устойчивости T-S-систем с нечетким RBF NN регулятором. Для синтеза применяется ранее разработанный метод синтеза нечетких логических регуляторов (НЛР) с применением ВФЛ. Обсуждаются принципы поиска необходимого соответствия размерностей вектора управления и размерности ВФЛ.

1. Введение

Рассматриваются нечеткие (типа Такаги-Сугено) системы управления (T-S-системы) с адаптацией с применением нейронных сетей на основе радиально базисных функций (RBF NN). С применением метода векторных функций Ляпунова (ВФЛ) получены условия устойчивости T-S-систем с нечетким RBF NN регулятором. Для синтеза применяется ранее разработанный метод синтеза нечетких логических регуляторов (НЛР) с применением ВФЛ. Обсуждаются принципы поиска необходимого соответствия размерностей вектора управления и размерности ВФЛ. Разработан алгоритм построения функций принадлежности, соответствующих данной выборке вход-выходных значений (экспериментальных или полученных на основе достаточно адекватных моделей). Предлагается процедура реализации процесса адаптации. Обсуждаются вопросы реализации динамических нейронных систем. Метод синтеза НЛР применяется для непрерывных и дискретных систем.

2. Синтез нечетких систем управления с учетом запаздывания с применением векторных функций Ляпунова и с адаптацией на основе RBF сетей

В работе разрабатывается метод синтеза систем управления с неопределенностями на основе метода векторных функций Ляпунова (ВФЛ), эффективно использующийся в анализе динамических систем [1,2]. Для моделирования систем с неопределенностями используется нечеткое моделирование на основе подхода Такаги-Сугено (T-S-систем). и нечеткое нейромоделирование [3-5]. Нейромоделирование основано на использовании нейронечетких адаптивных систем управления. В нечетком и нейронечетком моделировании предпочтителен подход, основанный на адаптивных алгоритмах моделирования [6].

2.1. Случай Hu, Liu [6]

В [6] рассматривается класс нелинейных систем с неопределенностями с множественным запаздыванием

(1)
$$\dot{x}_1 = x_2 + \varphi_1(t);$$
$$\dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, x_3, u) + \widetilde{f}_2(x_1, x_2, x_3, u, t) + \sum_{k=1}^{h} g_{2k}(x(t-\tau_k)) + \sum_{k=1}^{h} \widetilde{g}_{2k}(x(t-\tau_k)) + \varphi_2(t);$$
$$\dot{x}_3 = f_3(x_1, x_2, x_3, u) + \widetilde{f}_3(x_1, x_2, x_3, u, t) + \sum_{k=1}^{h} g_{3k}(x(t-\tau_k)) + \sum_{k=1}^{h} \widetilde{g}_{3k}(x(t-\tau_k)) + \varphi_3(t).$$

Здесь $x_1, x_2 \in R^{n_2}$, $x_3 \in R^{n_2}$ – векторы состояния, $u \in R^m$ – управляющий входной вектор, f_i, g_{ik} – известные гладкие функции, $\widetilde{f}_i$, $\widetilde{g}_{ik}$ – известные неопределенные нелинейности системной ошибки и ошибки моделирования. $(i = 2.3, k = 1,...,h)$, $\tau_k > 0$ ($k = 1,...,h$) – временные задержки. $x(t) = 0$, $\forall t < 0$.

$\varphi = [\varphi_1^T(t), \varphi_2^T(t), \varphi_3^T(t)]^T$ обозначает внешнее возмущение. Используются следующие обозначения: $x(t) = [x_1^T(t), x_2^T(t), x_3^T(t)]^T \in R^n$, $n = n_1 + n_2 + n_3$, $f = [f_1^T, f_2^T]^T$. $\widetilde{f} = [\widetilde{f}_1^T, \widetilde{f}_2^T]^T$.

Нечеткая динамическая модель, описанная нечеткими $IF - THEN$ правилами, используется, чтобы приблизить известные нелинейности системы в (2). Обобщенное i-е правило нечеткой модели имеет следующий вид в варианте Hu, Liu [6])

(2)
$$PLANT\ RULE\ i: IF\ z_1(t)\ is\ \mu_{i1}^{s}\ AND\ ...\ AND\ z_p(t)\ is\ \mu_{ip}^{s}$$
$$THEN\ \dot{x} = A_i x + \sum_{k=1}^{h} A_{ik} x(t-\tau_k) + Bu(t) + \varphi(t)$$
$$ELSE\ IF\ z_1(t)\ is\ \mu_{i1}^{s^{e_1}}\ AND\ ...\ z_p(t)\ is\ \mu_{ip}^{s^{e_1}}$$
$$THEN\ \dot{x} = A_i^{e_1} x + \sum_{k=1}^{h} A_{ik}^{e_1} x(t-\tau_k) + Bu(t) + \varphi(t)$$
$$ELSE\ IF\ z_1(t)\ is\ \mu_{i1}^{s^{e_2}}\ AND\ ...\ z_p(t)\ is\ \mu_{ip}^{s^{e_2}}$$

$$THEN\ \ \dot{x} = A_i^{e_2} x + \sum_{k=1}^{h} A_{ik}{}^{e_2} x(t-\tau_k) + Bu(t) + \varphi(t) \cdots$$

$$ELSE\ \ IF\ \ z_1(t)\ is\ \mu_{i1}{}^{s^{e_l}}\ AND \ldots z_p(t)\ is\ \mu_{ip}{}^{s^{e_l}}$$

$$THEN\ \ \dot{x} = A_i^{e_l} x + \sum_{k=1}^{h} A_{ik}{}^{e_l} x(t-\tau_k) + Bu(t) + \varphi(t),$$

$x(t) = 0$, $t \le 0$, $i = 1,2,...,q$, l вариантов $ELSE$.

Такие логические структуры в T-S-системах рассматривались в работах И. Перфильевой и др. Подобные схемы рассматриваются с целью эффективного использования гибкости таких схем. Ограничимся обобщенным правилом следующего вида (более общие конструируются аналогично):

(3)

$$PLANT\ RULE\ i: IF\ \ z_1(t)\ is\ \mu_{i1}{}^{s}\ AND \ldots z_p(t)\ is\ \mu_{ip}{}^{s}$$

$$THEN\ \ \dot{x} = A_i x + \sum_{k=1}^{h} A_{ik} x(t-\tau_k) + Bu(t) + \varphi(t)$$

$$ELSE\ \ IF\ \ z_1(t)\ is\ \mu_{i1}{}^{s^{e_1}}\ AND \ldots z_p(t)\ is\ \mu_{ip}{}^{s^{e_1}}$$

$$\dot{x} = A_i^{e} x + \sum_{k=1}^{h} A_{ik}{}^{e} x(t-\tau_k) + Bu(t) + \varphi(t),$$

$THEN\ x(t) = 0$, $t \le 0$, $i = 1,2,...,q$.

Для такой схемы синтезируется система правил. Всего может быть определено 2^{r_i} комбинаций. Рассматриваемые системы приближенные и не совсем точно представляют абсолютно исходную; далее вводится поправка с помощью нейронечеткого управления.. Здесь $z_1(t) \in R^p$, $\mu_{ip}{}^{s^{e_l}}$ нечеткое множество, q – число правил. $A_i, A_{ik}, A_i^{e}, A_{ik}{}^{e}$ – постоянные матрицы с соответствующими размерностями, $B = \begin{Vmatrix} 0 & 0 \\ I_{n1} & 0 \\ 0 & I_{n2} \end{Vmatrix} \in R^{n \times m}$. Выход нечеткой системы имеет вид:

в варианте IF

$$\dot{x} = (\sum_{i=1}^{q} w_i(z(t))(A_i x(t) + \sum_{k=1}^{h} A_{ik} x(t-\tau_k)) + Bu(t) + \varphi(t)) / \sum_{k=1}^{h} w_i(z(t))$$

в варианте $IF\ \ ELSE$

(4)

$$\dot{x} = (\sum_{i=1}^{q} w_i(z(t))(A_i^{e} x(t) + \sum_{k=1}^{h} A_{ik}{}^{e} x(t-\tau_k)) + Bu(t) + \varphi(t)) / \sum_{k=1}^{h} w_i(z(t)),$$

где $z_1(t) \in R^p$, $\mu_{ip}{}^{s^{e_l}}$ – нечеткое множество, q – число правил. $A_i, A_{ik}, A_i^{e}, A_{ik}{}^{e}$ – постоянные матрицы соответствующих размерностей, $B = \begin{Vmatrix} 0 & 0 \\ I_{n1} & 0 \\ 0 & I_{n2} \end{Vmatrix} \in R^{n \times m}$. Окончательный выход нечеткой системы выводится в виде:

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^{q} h_i(z(t))(A_i^{e_s} x(t) + \sum_{k=1}^{h} A_{ik}{}^{e_s} x(t-\tau_k)) + Bu(t) + \varphi(t),$$

где s вариант определяется заданным логическим алгоритмом $IF - ELSE$. $w_i(z(t)) = \Pi_{j=1}{}^{p} \nu_{ip}{}^{s^{e_l}}(z_j(t))$, $h_i(z(t)) = \omega_i(z(t)) / \sum_{i=1}^{q} \omega_i(z(t))$. Предполагается, что $w_i(z(t)) \ge 0$ и $\sum_{i=1}^{q} w_i(z(t)) > 0$ для $i = 1,2,...,q$. Следовательно, $\mu_i(z(t)) \ge 0$ и $\sum_{i=1}^{q} \mu_i(z(t)) = 1$, $i = 1,2,...,q$. Система может быть преобразована в следующую эквивалентную систему:

$$: \dot{x} = \sum_{i=1}^{q} h_i(z(t))(A_i^e x(t) + \sum_{k=1}^{h} A_{ik}{}^e x(t-\tau_k)) + B(u(t) + \Delta(x(t), x(t-\tau), u, t)) + \varphi(t)$$

где $x(t-\tau) = (x(t-\tau_1),..., x(t-\tau_h))^T$, $\Delta(x(t), x(t-\tau), u(t), t) = \widetilde{f} + \widetilde{g} + \Delta f + \Delta g$, $\widetilde{f}, \widetilde{g}$ – неизвестные неопределенные нелинейности системы, Δf и Δg обозначают ошибки, вызванные нечетким моделированием. Предполагается, что следующий нечеткий регулятор используется для управления нелинейной системой [6]

(5) $$u_f(t) = \sum_{i=1}^{q} \mu_i(z(t)) K_i x .$$

Подстановка (5) в систему дает соответствующую нечеткую систему с обратной связью следующим образом

(6) $$\dot{x} = \sum_{i=1}^{q} h_i(z(t))((A_i^e + BK_i)x(t) + \sum_{k=1}^{h} A_{ik}{}^e x(t-\tau_k)) + \varphi(t) .$$

Для этой модели проектируется H_∞-нечеткое управление. Для линеаризованных систем с H_∞-подходом реализуется следующий алгоритм для синтеза системы управления. Рассматриваются уравнения с входом $u(t)$, выходом $y(t)$ и возмущениями $d(t)$: $\dot{x} = Ax + Bu + Dd$, $y = Cx$; выход $z(t)$: $\|z(t)\|^2 = x^T Qx + u^T Ru$; вход-выход регулятор задается в виде $u = -Ky = -KCx$. Для заданной γ требуем

$$\int_0^\infty \|z(t)\|^2 dt / \int_0^\infty \|d(t)\|^2 dt = \int_0^\infty (x^T Qx + u^T Ru)dt / \int_0^\infty (d^T d)dt \le \gamma^2 .$$

2.2. Нечеткий алгоритм синтеза H_∞-регулятора

Обычный алгоритм синтеза H_∞ регулятора:

1) Положим $n = 0$, $L_0 = 0$, выберем γ, Q и R.

2) *n*-я итерация: решаем относительно P_n. $P_n A + A^T P_n + Q + P_n DD^T P_n / \gamma^2 - P_n BR^{-1} B^T P_n + L_n{}^T R^{-1} L_n = 0$. Вычисляем $K_{n+1} = R^{-1}(B^T P_n + L_n)C^T(CC^T)^{-1}$, $L_{n+1} = RK_{n+1}C - B^T P_n$. Если L_{n+1} и L_n достаточно близки, идти к п. 3, иначе положим $n = n+1$ и идти к п. 2..

3) Положим $K = K_{n+1}$.

Далее алгоритм записывается как нечеткий типа T-S-алгоритма. Применяя подход Такаги-Сугено, запишем следующие продукционные правила.

Plant rule i: IF z_{i1} is μ_{i1} and … and z_{ip} is μ_{ip}

THEN $\dot{x} = A_i x + B_i u + D_i d$, $y = C_i x$

H_∞ *rule ij* :IF z_{ij1} is μ_{ij1} and … and z_{ijp} is μ_{ijp}

THEN Алгоритм синтеза ij:

1) Положим $n_i = 0$, $L_{i0} = 0$, выберем γ_i, Q_i и R_i.

2) n_i-я итерация: решаем относительно P_{in}:

$$P_{in} A_i + A_i^T P_{in} + Q_i + \frac{1}{\gamma_i^2} P_{in} D_i D_i^T P_{in} - P_{in} B_i R_i^{-1} B_i^T P_{in} + L_{i^n}^T R_i^{-1} L_{in} = 0$$

3) Вычисляем $K_{in+1} = R_i^{-1}(B_i^T P_{in} + L_{in})C_i^T(C_i C_i^T)^{-1}$,

$L_{in+1} = R_i K_{in+1} C_i - B_i^T P_{in}$.

Если L_{in+1} и L_{in} достаточно близки, идти к 3, иначе положим $n_i = n_i + 1$ и идти к 2.

Положим $K_i = K_{in+1}$, $u = -K_{in+1}y = -K_{in+1}C_i x$.

END rule ij

END i

2.3. Системы управления общего вида

Рассматривается система

(7) $$\dot{x} = f(x, x_t) + b(x, x_t)u,\ x \in R^n,\ u \in R^m.$$

Согласно идеям подхода Tomescu и др. [4] и метода ВФЛ [1, 2, 8] строятся системы сравнения. Здесь используются линейные системы сравнения (СС) [1] вида $\dot{y} = A_c y_c$, A^c – постоянная матрица с известными свойствами [1] (напр., $A^c = diag(a_{ii}), a_{ii} < 0$). Запишем ВФЛ $v = \{v_1, v_2, ..., v_{m_c}\}^T$. Компоненты ВФЛ выбираем в виде квадратичных форм $v_i = x^T P_i x$, $i = 1,...,m_c, P_i > 0$ – симметричная положительно определенная матрица. Производная компонент ВФЛ в силу СУ имеет вид $\dot{v}_i = \dfrac{\partial v_i}{\partial x}\dot{x} = \dfrac{\partial v_i}{\partial x} f(x, x_t) + b(x, x_t) + \dfrac{\partial v_i}{\partial x} b(x, x_t)u = 2x^T P_i f(x, x_t) + b(x, x_t) + 2x^T P_i b(x, x_t)u$.

Или $\dot{v}_i = F_i(x, x_t) + B_i(x, x_t)u$, где $F_i(x, x_t) = \dfrac{\partial v_i}{\partial x} f(x, x_t) = 2x^T P_i f(x, x_t)$, $B_i(x, x_t) = \dfrac{\partial v_i}{\partial x} b(x, x_t)u = 2x^T P_i b(x, x_t)$. Определим множества по всем компонентам ВФЛ $B_i^0 = \{x \in X : B_i(x) = 0\}$, $B_i^+ = \{x \in X : B_i(x) > 0\}$, $B_i^- = \{x \in X : B_i(x) < 0\}$, $i = 1,...,m_c$. Аналогичные выражения будем использовать и в других случаях, имеющих подобный смысл.

Из дифференциального неравенства [1] $F(x) + B(x)u \le A_c v$ следует (см. [7])

$$F_i(x) + B_i(x)u \le a_{i1}{}^c x^T P_1 x + a_{i2}{}^c x^T P_2 x + ... + a_{im_c}{}^c x^T P_{m_c} x$$

или $F_i(x) + B_i(x)u \le \sum_{s=1}^{m_c} a_{ij}{}^c x^T P_j x$, $F_i(x, x_t) = \dfrac{\partial v_i}{\partial x} f(x, x_t)$, $B_i(x, x_t) = \dfrac{\partial v_i}{\partial x} b(x, x_t)$. Дифференциальное неравенство запишется в следующем виде [7, 8]

$$Su \le R,\ \text{где}\ S = \left\| s_{ij} \right\|_{i,j=1,m_c},\ \left\| s_{11} \quad s_{12} \quad ... \quad s_{1m_c} \right\| = \left\| B_1(x) \right\|,$$

$$\left\| s_{21} \quad s_{22} \quad ... \quad s_{2m_c} \right\| = \left\| B_2(x) \right\|, \ldots, \left\| s_{m_c 1} \quad s_{m_c 2} \quad ... \quad s_{m_c m_c} \right\| = \left\| B_{m_c}(x) \right\|,$$

$B_i(x)$ – вектор-строка $B(x)$, $i = 1,...,n$. $R = \left\| r_1 \quad r_2 \quad ... \quad r_{m_c} \right\|^T$, $r_1 = \sum_{j=1}^{m_c} a_{1j}{}^c x^T P_j x - F_1(x)$; $r_2 = \sum_{j=1}^{m_c} a_{2j}{}^c x^T P_c x - F_2(x)$; … ; $r_{m_c} = \sum_{j=1}^{m_c} a_{m_c j}{}^c x^T P_j x - F_{m_c}(x)$.

Если $m = m_c$, синтезируемое управление определяется $u \le S^{-1}R$ *(*размерность ВФЛ и вектора управления одинаковы). Тогда из $Su \le R$ $S \Rightarrow S^{-1}$, задача синтеза решается. Для $u \le S^{-1}R$ строится система правил, по которым строится нечеткий логический регулятор [7]. Случай $m_1 < m$. Размерность ВФЛ меньше размерности вектора управлений. $S \Rightarrow S^+$ (можно записать полную формулу для псевдообратной матрицы). Здесь также для $u \le S^+R$ строится система правил, по которым строится нечеткий регулятор [7]. Случай $m > m_1$ В этом случае можно $u = (u_1, u_2, ..., u_{m_1})$ разбить на подблоки так, чтобы можно было разрешить $Su \le R$ относительно u. И формируется нечеткий регулятор $\overline{u} \le S^{-1}R$ Вообще какое-то многообразие структур $m_1 > m$ можно рассмотреть, когда можно найти решение. Т.е. какое-то многообразие решений. Можно по норме рассматривать (сворачивать). Также можно приводить к системе линейных матричных неравенств (LMI). Тогда все равно какие m и m_1, лишь бы решение линейных матричных неравенств было получено. Т.е. имеет смысл рассмотреть идеи LMI (как правило, для линейных СУ или СУ типа Лурье).

2.4. Линейные системы

Воспользуемся вспомогательной леммой.

Лемма. Пусть Q любая $n \times n$ матрица. Для $k > 0$ постоянной и симметричной матрицы $S > 0$ выполняется ($x \in R^n$, $y \in R^n$). Тогда справедливо $2x^T Qy \le kx^T QS^{-1}Q^T x + y^T Sy / k$.

Пусть система имеет вид

(8) $$\dot{x} = Ax + A_1 x_t + Bu\,,\ x_t = x(t - \tau(t))\,,$$

A, A_1 – $n \times n$-, B – $n \times m$- постоянные матрицы.; i – я компонента ВФЛ определяется выражением $v_i = x^T P_i x$. Тогда с линейной СС можно записать дифференциальные неравенства

$$x^T G_i x + 2x^T P_i A_1 x_t + 2x^T P_i Bu \le a_{i1}{}^c x^T P_1 x + a_{i2}{}^c x^T P_2 x + ... + a_{im_c}{}^c x^T P_{m_c} x\,,$$

где $\dot{v}_i = \dot{x}^T P_i x + x^T P_i \dot{x} = x^T G_i x + 2x^T P_i A_1 x + 2x^T P_i Bu$, $G_i = A^T P_i + P_i A$, $i = 1,2,...,m_c$. Отсюда определяется система неравенств

$$\sum\nolimits_{j=1}^{m_c} a_{1j}{}^c x^T P_c x\,,\ x^T G_i x + 2x^T P_i A_1 x_t + x^T P_i Bu \le \sum\nolimits_{j=1}^{m_c} a_{ij}{}^c x^T P_j x\,,\ i = 1,2,...,m_c\,.$$

Перепишем неравенства в следующем виде

$$2x^T P_i Bu \le \sum\nolimits_{s=1}^{m_c} a_i{}^{jc} x^T P_{jc} x - x^T G_i x - 2x^T P_i A_1 x_t\,,\ i = 1,2,...,m_c\,.$$

И используя лемму, преобразуем неравенства

$$2x^T P_i Bu \le \sum\nolimits_{s=1}^{m_c} a_i{}^{jc} x^T P_{jc} x - x^T G_i x - k_i x^T P_i A_1 S_i^{-1} A_1^T P_i x - x_t^T S_i x_t / k_i\,,$$
$$i = 1,2,...,m_c\,.$$

$S_i > 0$ – симметричные матрицы, $k_i > 0$ – постоянные. Еще раз перепишем с обозначениями $Su \le R$, $S = \left\| s_{ij} \right\|, i = 1,m; j = 1,m$, $\left\| s_{11} \quad s_{12} \quad ... \quad s_{1m_c} \right\| = \left\| 2x^T P_1 B \right\|$, $\left\| s_{21} \quad s_{22} \quad ... \quad s_{2m_c} \right\| = \left\| 2x^T P_2 B \right\|, \ldots,$ $\left\| s_{m_c 1} \quad s_{m_c 2} \quad ... \quad s_{m_c m_c} \right\| = \left\| 2x^T{}_{m_c} B \right\|$, $R = \left\| r_1 \quad r_2 \quad ... \quad r_{m_c} \right\|^T$, $r_i = \sum\nolimits_{j=1}^{m_c} a_{ij}{}^c x^T P_j x - x^T G_i x - k_i x^T P_i A_1 S_i^{-1} A_1^T P_i x - x_t^T S_i x_t / k_i$, $i = 1,2,...,m_c$. В общем случае матрица $A_c = \left\| a_{ij} \right\|$ должна удовлетворять специальным свойствам [1]. Применим частный случай диагональной матрицы $A_c = diag\{a_{11,} a_{22}, ..., a_{m_c m_c}\}$, $a_{ii} < 0$, получим

$$r_i = a_{ii} x^T P_i x - x^T G_i x - k_i x^T P_i A_1 S_i^{-1} A_1^T P_i x - x_t^T S_i x_t / k_i\,,\ i = 1,2,...,m_c\,.$$

Теперь, аналогично, если $m = m_c$, управление находится из $u_i \le (S^{-1}R)_i$, $i = 1,2,...,m_c$. Или рассматриваются другие варианты.

3. Адаптивные алгоритмы управления для RBF сетей

Т.к. в СУ остаются неопределенные слагаемые Δf , Δg из-за неточности нечеткого моделирования системы трудно добиться выполнения заданной точности. Для устранения ошибок моделирования и приближения системы на основе T-S модели добавляется нейросетевая нечеткая дополнительная система, настройка которой позволяет уточнить модель и обеспечить синтез управления. Определяется робастное управление комбинируя нечеткого H_∞ -регулятор и i -ой адаптивной нейросети следующим образом:

$$u(t) = u_f(t) - u_{nn}(t)$$

3.1. Общий случай в варианте Tomescu [3, 7]

(9) СУ $\dot{x} = f(x, x_t) + b(x, x_t)u$, $x \in R^n$, $u \in R^m$.

Уравнение ля ошибки $e(t) = x(t) - x_f(t)$ ($x(t) = e(t) - x_f(t)$);

$$\dot{e} = f(x(t), x(t-\tau(t))) + b(x(t), x(t-\tau(t)))(u_f - u_{nn}) -$$
$$f(x_f(t), x_f(t-\tau(t))) + b(x_f(t), x_f(t-\tau(t)))(u_f - u_{nn});$$
$$u_{nn} = W^T G(X, \xi, \eta);\ G_i(X) = \exp((-(X-\xi_i)^T (X-\xi_i)) / \eta_i^2).$$

Вычисляем $\dot{V}_s$ вида квадратичной формы с заменой x на e. Вводим СС $\dot{y} = A^c y$ с требуемой A^c (напр., $A^c = diag(a_{ii})$, $a_{ii} < 0$), формируем дифференциальное неравенство с линейной СС

$$\dot{V}_s \le a_{i1}^c e^T P_1 e + \ldots + a_{in_c}^c e^T P_{n_c} e.$$

Формируем алгоритм типа алгоритма скоростного градиента для $RBF\ \ NN$ СУ

$$\dot{e} = f(x, x_t) + b(x, x_t)(u_f - u_{nn}) - f(x_f, x_{ft}) + b(x_f, x_{ft})(u_f - u_{nn});$$
$$u_{nn} = W^T G(X, \xi, \eta);\ G_i(X) = \exp((-(X-\xi_i)^T (X-\xi_i)) / \eta_i^2);$$
$$\dot{W} = -\Gamma_W \nabla_W)(\dot{V}_s - a_{i1}^c X^T P_1 X + \ldots + a_{in_c}^c X^T P_{n_c} X) + k_s(\dot{V}_s - a_{i1}^c X_s{}^T P_1 X_s + \ldots + a_{in_c}^c X_s{}^T P_{n_c} X_s));$$
$$\dot{\xi} = -\Gamma_\xi \nabla_\xi)(\dot{V}_s - a_{i1}^c X^T P_1 X + \ldots + a_{in_c}^c X^T P_{n_c} X) + k_s(\dot{V}_s - a_{i1}^c X_s{}^T P_1 X_s + \ldots + a_{in_c}^c X_s{}^T P_{n_c} X_s));$$
$$\dot{\eta} = -\Gamma_\eta \nabla_\eta((\dot{V}_s - a_{i1}^c P_1 x + \ldots + a_{in_c}^c x^T P_{n_c} x) + k_s(\dot{V}_s - a_{i1}^c X_s{}^T P_1 X_s + \ldots + a_{in_c}^c X_s{}^T P_{n_c} X_s));$$
$$X = (x^T, x_t{}^T, u^T t),\ X \in R^N,\ N = n + nh + m + 1.$$

3.2. Линейная система в варианте Tomescu [3]

$$\dot{x} = Ax + A_1 x_t + Bu,\ x_t = x(t-\tau(t));\ \dot{e} = Ae + A_1 e_t + B(u_f - u_{nn}),$$
$$e_t = e(t-\tau(t));$$
$$u_{nn} = W^T G(X, \xi, \eta);\ G_i(X) = \exp((-(X-\xi_i)^T (X-\xi_i)) / \eta_i^2).$$

Вычисляем $\dot{V}_s$ того же вида с заменой x на e. Вводим СС $\dot{y}_{NN} = A^c y_{NN}$ с требуемой A^c (например, $A^c = diag(a_{ii})$, $a_{ii} < 0$. Формируем дифференциальное неравенство с линейной СС

$$\dot{V}_s \le a_{i1}^c X^T P_1 X + \ldots + a_{in_c}^c X^T P_{n_c} X,\ X = (x^T, x_t{}^T, u^T t),\ X \in R^N,$$
$$N = n + nh + m + 1.$$

Формируем алгоритм типа алгоритма скоростного градиента

$$\dot{e} = Ae + A_1 e_t + B(u_f - u_{nn}),\ e_t = e(t-\tau(t));\ u_{nn} = W^T G(X,\xi,\eta);$$
$$G_i(X) = \exp((-(X-\xi_i)^T (X-\xi_i))/\eta_i^2);$$
$$\dot{W} = -\Gamma_W \nabla_W ((\dot{V}_s - a_{i1}^c X_s{}^T P_1 X_s + \ldots + a_{in_c}^c X_s{}^T P_{n_c} X_s) + k_s(\dot{V}_s - a_{i1}^c X_s{}^T P_1 X_s + \ldots + a_{in_c}^c X_s{}^T P_{n_c} X_s));$$
$$\dot{\xi} = -\Gamma_\xi \nabla_\xi ((\dot{V}_s - a_{i1}^c X_s{}^T P_1 X_s + \ldots + a_{in_c}^c X_s{}^T P_{n_c} X_s) + k_s(\dot{V}_s - a_{i1}^c X_s{}^T P_1 X_s + \ldots + a_{in_c}^c X_s{}^T P_{n_c} X_s));$$
$$\dot{\eta} = -\Gamma_\eta \nabla_\eta ((\dot{V}_s - a_{i1}^c X_s{}^T P_1 X_s + \ldots + a_{in_c}^c X_s{}^T P_{n_c} X_s) + k_s(\dot{V}_s - a_{i1}^c X_s{}^T P_1 X_s + \ldots + a_{in_c}^c X_s{}^T P_{n_c} X_s)).$$

k_s – коэффициенты штрафа.

3.3. Случай Hu, Liu [7]

Вводится СС $\dot{y}_{NN} = A^c y_{NN}$ с требуемой $A_{NN}{}^c$ (например, $A_{NN}{}^c = diag(a_{NN\,ii})$, $a_{ii} < 0$. Получаем

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))((A_i^e + BK_i)x(t) + \sum_{k=1}^h A_{ik}{}^e x(t-\tau_k)) + \varphi(t) +$$
$$+ B(\Delta\big(x(t), x(t-\tau_k), u_f, t\big) - u_{nn})$$

Рассматриваем СУ $\dot{x} = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))((A_i^e + BK_i)x(t) + \sum_{k=1}^h A_{ik}{}^e(t-\tau_k)) + \varphi(t)$.

Уравнение для ошибки нечеткого моделирования $e(t) = x(t) - x_f(t)$.

$$\dot{e} = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))((A_i^e + BK_i)e(t) + \sum_{k=1}^h A_{ik}{}^e e(t-\tau_k)) +$$
$$+ B(\Delta\big(x(t), x(t-\tau_k), u_f(t), t\big) - u_{nn}).$$

Подавление $\Delta\big(x(t), x(t-\tau_k), u_f(t), t\big)$ позволяет стабилизировать СУ и добиться желаемых характеристик. RBF NN регулятор выберем вида [6] [Hu, Liu] $u_s = W_s^T G(X,\xi,\eta)$, где $X = (x^T, x_t^T, u^T, t)^T \in R^N$, $N = n + nh + m + 1$, $X \in A_d$, A_d компакт; $W_s = \|w_{s\,ij}\|_{i=1,l,\,j=1,m}$ матрица весов, число узлов NN $l > 1$, $G_s = \|G_{s\,i}\|_{i=1,l}$, $G_{s\,i}(X) = \exp((-(X-\xi_{s\,i})^T (X-\xi_{s\,i}))/\eta_{s\,i}{}^2)$, $\eta_s = (\eta_{s1},...,\eta_{s\,l})^T$. Доказано, что RBF NN способна аппроксимировать любую вещественную нелинейную функцию на компакте A_d с заданной точностью $\Delta_s(X) = W_s^{*T} G_s(X,\xi^*,\eta^*) + \varepsilon_{s\,f}(X)$, где W_s^*, ξ_s^*, η_s^* идеальные постоянные веса, центр и ширина, соответственно, $\varepsilon_{s\,f}(X)$ ошибка аппроксимации.

Предложение (Nardi [9]). Существуют идеальные веса W_s^*, центр ξ_s^*, ширина η_s^* такие, что $\|\varepsilon_{sf}(X)\| < \varepsilon_s^*$ с постоянной $\varepsilon_s^* > 0$ для всех $X \in A_d$, и существуют константы $\overline{W}_s, \bar{\xi}_s, \bar{\eta}_s$, удовлетворяющие $\|W_s^*\|_F \le \overline{W}_s$, $\|\xi_s^*\| \le \bar{\xi}_s$, $\|\eta_s^*\| \le \bar{\eta}_s$, соответственно.

Т.к. идеальные W_s^*, ξ_s^*, η_s^* неизвестны, используются их оценки $\hat{W}_s, \hat{\xi}_s, \hat{\eta}_s$, т.е. выход адаптивной NN определяется как $u_{snn} = \hat{W}_s^T G_s(X,\hat{\xi},\hat{\eta})$. Введем ошибки оценок $\widetilde{W}_s = W_s^* - \hat{W}_s$, $\tilde{\xi}_s = \xi_s^* - \hat{\xi}_s$, $\tilde{\eta}_s = \eta_s^* - \hat{\eta}_s$, $\widetilde{Z}_s = diag(\widetilde{W}_s; \tilde{\xi}_s; \tilde{\eta}_s)$. Ошибка аппроксимации функции может быть выражена как [6]

$$\Delta_s(X) - u_{snn} = W_s^{*T} G_s^* - \hat{W}_s^T \hat{G}_s + \varepsilon_{sf}(X) = \widetilde{W}_s^T \widetilde{G}_s + \widetilde{W}_s^T \hat{G}_s + \hat{W}_s^T \widetilde{G}_s + \varepsilon_{sf}(X).$$

Для того чтобы иметь дело с $\widetilde{G}$, запишем разложение в ряд Тейлора $G_s(X,\xi_s^*,\eta_s^*)$ в точке $\xi_s^*=\hat{\xi}_s$ и $\eta_s^*=\hat{\eta}_s$: $G(X,\xi^*,\eta^*)=G(X,\hat{\xi},\hat{\eta})+G_\xi^{'}(\xi^*-\hat{\xi})+G_\eta^{'}(\eta^*-\hat{\eta})+O(X,\widetilde{\xi},\widetilde{\eta})$, где $G_\xi^{'}=diag(g_{\xi i})\in R^{l\times Nl}$, $G_\eta^{'}=diag(g_{\eta i})\in R^{l\times l}$. $O(X,\widetilde{\xi},\widetilde{\eta})$ содержит члены разложения в ряд Тейлора высших порядков.

$$g_{\xi i}=2((X-\xi_i)^T/\eta_i^2)\exp(-(X-\xi_i)^T(X-\xi_i)/\eta_i^2),$$

$$g_{\eta i}=2(\|X-\xi_i\|^2//\eta_i^3)\exp(-(X-\xi_i)^T(X-\xi_i)/\eta_i^2),\ i=1,2,...,l.$$

$O(X,\widetilde{\xi},\widetilde{\eta})$ ограничивается:

$$\|O(X,\widetilde{\xi},\widetilde{\eta})\|=\|\widetilde{G}-G_\xi^{'}\widetilde{\xi}-G_\eta^{'}\widetilde{\eta}\|\le\|\widetilde{G}\|+\|G_\xi^{'}\|\|\widetilde{\xi}\|+\|G_\eta^{'}\|\|\widetilde{\eta}\|\le c_1+c_2\|\widetilde{\xi}\|+c_3\|\widetilde{\eta}\|.$$

Получается $\Delta(X)-u_{nn}=\widetilde{W}^T(\hat{G}-G_\xi^{'}\hat{\xi}-G_\eta^{'}\hat{\eta})+\hat{W}^T(G_\psi^{'}\widetilde{\xi}+G_\eta^{'}\widetilde{\eta})+d_f$, где $d_f=\widetilde{W}^T(G_\xi^{'}\xi^*+G_\eta^{'}\eta^*)+W^*O(X,\widetilde{\xi},\widetilde{\eta})+\varepsilon_f(X)\ '$. d_f ограничено на множестве A_d:

$$\|d_f\|\le\|\widetilde{W}\|_F c_2\overline{\xi}+\|\widetilde{W}\|_F c_3\overline{\eta}+\widetilde{W}(c_1+c_2\|\widetilde{\xi}\|+c_3\|\widetilde{\eta}\|)+\varepsilon^*$$

Уравнение для ошибки

$$\dot{e}=\sum_{i=1}^{q}\mu_i(z(t))((A_i+BK_i)e(t)+\sum_{k=1}^{h}A_{ik}{}^e e(t-\tau_k))+$$
$$+B(\widetilde{W}^T(\hat{G}-G_\xi^{'}\hat{\xi}-G_\eta^{'}\hat{\eta})+\hat{W}^T(G_\psi^{'}\widetilde{\xi}+G_\eta^{'}\widetilde{\eta})+d_f).$$

Теорема. Решение системы (1) равномерно ограничено при H_∞ и адаптивном NN регуляторе. RBF NN веса, центр и ширина определяются

$$\dot{\hat{W}}_i=L_{1i}(\hat{G}-G_\xi^{'}\hat{\xi}_i-G_\eta^{'}\hat{\eta}_i)e^TP_iB-\lambda_w\|e^TP_iB\|L_{1ii}\hat{W}_i,$$

$$\dot{\hat{\xi}}_i=L_{2i}(e^TPB\hat{W}G_\xi^{'})^T-\lambda_\xi\|e^TPB\|L_{2i}\hat{\xi}_i,\ \dot{\hat{\eta}}_i=L_{3i},$$

$$(e^TPB\hat{W}_i^TG_\eta^{'})^T-\lambda_\xi\|e^TPB\|L_{3i}\hat{\eta}_i,$$

L_{1i},L_{2i},L_{3i} – положительно определенные матрицы соответствующих размерностей, $\lambda_w,\lambda_\xi,\lambda_\eta$ – положительные постоянные; P – симме*т*ричная положительно определенная матрица.

Тогда $e(t),\widetilde{W},\widetilde{\xi},\widetilde{\eta}$ равномерно ограничены, если $\|e(t)\|>\Omega_1$ или $\|\widetilde{Z}\|_F>\Omega_2$, где Ω_1,Ω_2 – постоянные.

Выбираем ВФЛ $V=(V_1,V_2,...,V_{\overline{m}_c})$:

$$V_s=e^T(t)P_se(t)+\sum_{k=1}^{h}\int_{t-\tau_k}^{t}\sigma_{ks}e^T(s)e(s)ds+tr(\widetilde{W}^TL_{1s}{}^{-1}\widetilde{W})+\widetilde{\xi}^TL_{2s}{}^{-1}\widetilde{\xi}+\widetilde{\eta}^TL_{3s}{}^{-1}\widetilde{\eta},$$

$s=1,2,...,\overline{m}_c$. Производная компонент ВФЛ:

$$\dot{V}_s=\dot{e}^T(t)P_se(t)+e^T(t)P_s\dot{e}(t)+\sum_{k=1}^{h}\sigma_{ks}e^T(t)e(t)-\sum_{k=1}^{h}\sigma_{ks}e^T(t-\tau_k)e(t-\tau_k)+2tr(\widetilde{W}^TL_{1s}{}^{-1}\dot{\widetilde{W}})+$$
$$+2\widetilde{\xi}^TL_{2s}{}^{-1}\dot{\widetilde{\xi}}+2\widetilde{\eta}^TL_{3s}{}^{-1}\dot{\widetilde{\eta}},\ s=1,2,...,\overline{m}_c$$

3.4. Вариант: общий случай

(10) $$\dot{V}_s=\dot{e}^T(t)P_se(t)+e^T(t)P_s\dot{e}(t)+\sum_{k=1}^{h}\sigma_{ks}e^T(t)e(t)-$$
$$-\sum_{k=1}^{h}\sigma_{ks}e^T(t-\tau_k)e(t-\tau_k)+2tr(\widetilde{W}^TL_{1s}{}^{-1}\dot{\widetilde{W}})++2\widetilde{\xi}^TL_{2s}{}^{-1}\dot{\widetilde{\xi}}+2\widetilde{\eta}^TL_{3s}{}^{-1}\dot{\widetilde{\eta}},$$

$s = 1,2,...,\overline{m}_c$

$\dot{x} = f(x(t), x(t-\tau(t))) + b(x(t), x(t-\tau(t)))u$, $x \in R^n$, $u \in R^m$.

Согласно идеям метода ВФЛ строятся системы сравнения [1]. Здесь используются линейные системы сравнения (СС) [1] вида $\dot{y} = A_c y_c$, A^c – постоянная матрица с известными свойствами [1]. Запишем ВФЛ $v = \{v_1, v_2, ..., v_{m_c}\}^T$. Компоненты ВФЛ выбираем в виде квадратичных форм $v_i = x^T P_i x$, $i = 1,...,m_c$, $P_i > 0$ – симметричная положительно определенная матрица.

3.5. Вариант линейных систем

(11)

$$\dot{V}_s = \dot{e}^T(t)P_s e(t) + e^T(t)P_s\dot{e}(t) + \sum_{k=1}^{h} \sigma_{ks} e^T(t)e(t) - \sum_{k=1}^{h} \sigma_{ks} e^T(t-\tau_k)e(t-\tau_k) + 2tr(\widetilde{W}^T L_{1s}^{-1}\widetilde{W}) +$$
$$+ 2\widetilde{\xi}^T L_{2s}^{-1}\widetilde{\xi} + 2\widetilde{\eta}^T L_{3s}^{-1}\widetilde{\eta}, \; s = 1,2,...,\overline{m}_c$$

$$\dot{x} = Ax + A_1 x_t + Bu, \; x_t = x(t-\tau(t)),$$

A, A_1 – $n \times n$ -, B – $n \times m$ - постоянные матрицы.; i – я компонента ВФЛ определяется выражением $v_i = x^T P_i x$. Тогда с линейной СС можно записать дифференциальное неравенство

$$x^T G_i x + 2x^T P_i A_1 x_t + 2x^T P_i Bu \le a_{i1}{}^c x^T P_1 x + a_{i2}{}^c x^T P_2 x + ... + a_{im_c}{}^c x^T P_{m_c} x,$$

где $\dot{v}_i = \dot{x}^T P_i x + x^T P_i \dot{x} = x^T G_i x + 2x^T P_i A_1 x + 2x^T P_i Bu$, $G_i = A^T P_i + P_i A$, $i = 1,2,...,m_c$.

3.6. Вариант системы Hu, Liu [6]

СУ $\dot{x} = \sum_{i=1}^{q} \mu_i(z(t))(A_i^{e_s} x(t) + \sum_{k=1}^{h} A_{ik}^{e_s}(t-\tau_k)) + Bu(t) + \varphi(t)$ (Hu,Liu [6]).

Здесь обобщаются рассуждения [6] (Hu, Liu) с применением ВФЛ.

Замечание. Ниже рассматриваемые неравенства и формулы определяются по своей компоненте ВФЛ, соответственно. Индекс s -й формулы опущен.

Известно, что $S_s = H_i^T P_s + P_s H_i + P_s A_{di}\sigma_s^{-1} A_{di}^T P_s + I\sigma_s I^T < 0$. Положим $\lambda = -\lambda_{\max}(S)$ и с учетом, что $\dot{\widetilde{W}} = -\dot{\hat{W}}$, $\dot{\widetilde{\xi}} = -\dot{\hat{\xi}}$, $\dot{\widetilde{\eta}} = -\dot{\hat{\eta}}$, получается

$$\dot{V}_s < -\lambda e^T(t)e(t) + 2e^T(t)P_s B(\widetilde{W}^T(\hat{G} - G_\xi{}'\hat{\xi} - G_\eta{}'\hat{\eta}) +$$
$$+ \hat{W}^T(G_\xi{}'\widetilde{\xi} + G_\eta{}'\widetilde{\eta}) + d_f) - 2tr(\widetilde{W}^T L_{1s}^{-1}\dot{\hat{W}}) - 2\widetilde{\xi}^T L_{2s}^{-1}\dot{\hat{\xi}} - 2\widetilde{\eta}^T L_{3s}^{-1}\dot{\hat{\eta}}.$$

С учетом предыдущего

$$\dot{V} < -\lambda e^T(t)e(t) + 2e^T(t)PBd_f + 2\lambda_w\left\|e^T PB\right\| tr(\widetilde{W}^T\hat{W}) + 2\lambda_\xi\left\|e^T PB\right\|\widetilde{\xi}^T\hat{\xi} +$$
$$2\lambda_\eta\left\|e^T PB\right\|\widetilde{\eta}^{T'}\hat{\eta} - 2tr(\widetilde{W}^T L_1^{-1}\dot{\hat{W}}) - 2\widetilde{\xi}^T L_2^{-1}\dot{\hat{\xi}} - 2\widetilde{\eta}^T L_3^{-1}\dot{\hat{\eta}}.$$

Справедливо $tr(\widetilde{W}^T\hat{W}) = \left\langle\widetilde{W}, W^*\right\rangle_F - \left\langle\widetilde{W}\right\rangle_F << \left\|\widetilde{W}\right\|_F \overline{W} - \left\|\widetilde{W}\right\|_F^2$, $\widetilde{\xi}^T\hat{\xi} < \left\|\widetilde{\xi}\right\|\overline{\xi} - \left\|\widetilde{\xi}\right\|^2$, $\widetilde{\eta}^T\overline{\eta} < \left\|\widetilde{\eta}\right\|\overline{\eta} - \left\|\widetilde{\eta}\right\|^2$ и $\left\|d_f\right\| \le \left\|\widetilde{W}\right\|_F c_2\overline{\xi} + \left\|\widetilde{W}\right\|_F c_3\overline{\eta} + \overline{W}(c_1 + c_2\left\|\widetilde{\xi}\right\| + c_3\left\|\widetilde{\eta}\right\|) + \varepsilon^*$, отсюда определяется $\dot{V} < -\lambda e^T(t)e(t) + 2\left\|e^T PB\right\|\{\left\|\widetilde{W}\right\|_F c_2\overline{\xi} + \left\|\widetilde{W}\right\|_F c_3\overline{\eta} + \overline{W}(c_1 + c_2\left\|\widetilde{\xi}\right\| + c_3\left\|\widetilde{\eta}\right\|) + \varepsilon^* +$

$$\lambda_w(\left\|\widetilde{W}\right\|_F\overline{W} - \left\|\widetilde{W}\right\|_F^2) + \lambda_\xi(\left\|\widetilde{\xi}\right\|\overline{\xi} - \left\|\widetilde{\xi}\right\|^2) + \lambda_\eta(\left\|\widetilde{\eta}\right\|\overline{\eta} - \left\|\widetilde{\eta}\right\|^2)\} =$$
$$= -\lambda e^T(t)e(t) + 2\left\|e^T PB\right\|\{(C + C_1\left\|\widetilde{W}\right\|_F + C_2\left\|\widetilde{\xi}\right\| + C_3\left\|\widetilde{\eta}\right\|) - \lambda_w\left\|\widetilde{W}\right\|_F^2 - \lambda_\xi\left\|\widetilde{\xi}\right\|^2 - \lambda_\eta\left\|\widetilde{\eta}\right\|^2\},$$ где

$C=\overline{W}c_{12}+\varepsilon^{*}$, $C_1=c_2\overline{\xi}+c_3\overline{\eta}+\lambda_w\overline{W}$, $C_2=\overline{W}c_2+\lambda_\xi\overline{\xi}$, $C_3=\overline{W}c_3+\lambda_\eta\overline{\eta}$. Положим $\lambda_m=\min\{\lambda_w,\lambda_\xi,\lambda_\eta\}$, $\tilde{Z}=diag(\tilde{W},\tilde{\xi},\tilde{\eta})$. $Y=(C_1,C_2,C_3)^T$, $\lambda_M=\|Y\|$. Очевидно, что $C_1\|\tilde{W}\|_F+C_2\|\tilde{\xi}\|+C_3\|\tilde{\eta}\|\le\lambda_M\|\tilde{Z}\|_F$. В результате получается $\dot{V}=-\lambda e^T(t)e(t)+2\|e^TPB\|\lambda_m(\|\tilde{Z}\|_F-\lambda_M/(2\lambda_m)^2+2\|e^TPB\|(C+\lambda_M{}^2/4\lambda_m)$, если положить $\Omega_1=(2\|e^TPB\|(C+\lambda_M{}^2/4\lambda_m)/\lambda)^{1/2}$ и $\Omega_2=\lambda_M/2\lambda_m+(C+\lambda_M{}^2/4\lambda_m)/\lambda_m)^{1/2}$. Если $\|e(t)\|>\Omega_1$ или $\|\tilde{Z}\|_F>\Omega_2$, тогда $\dot{V}<0$. Формируем дифференциальное неравенство $\dot{V}_s<a_{i_s}{}^c x^T P_1 x+a_{s2}{}^c x^T P_2 x+...+a_{s\overline{m}_c}{}^c x^T P_{\overline{m}_c}x$. Отсюда следует, что $e(t),\tilde{W},\tilde{\xi},\tilde{\eta}$ равномерно ограничены.

4. Заключение

С применением метода векторных функций Ляпунова (ВФЛ) получены условия устойчивости T-S-систем с нечетким RBF NN регулятором. Для синтеза применяется ранее разработанный метод синтеза нечетких логических регуляторов (НЛР) с применением ВФЛ.

Работа выполнена при поддержке гранта Правительства РФ для государственной поддержки научных исследований по постановлению правительства 220 по договору от 30 декабря 2010 г. № 11.G34.31.0038 и гранта РФФИ-Поволжье 12-01-97023-р_поволжье_а 2012г.

Список литературы

1. Метод векторных функций Ляпунова в теории устойчивости. Под ред. А.А .Воронова, В.М. Матросова. М.: Наука, 1987. 312 с.
2. Громова П.С.. Метод векторных функций Ляпунова для систем с отклоняющимся аргументом // В кн.: Прямой метод в теории устойчивости и его приложения. Новосибирск: Наука, 1981. С. 45-54.
3. Tomescu M.-L., Preitl S., Precup R.-E., Tar J.K.. Stability Analysis Method for fuzzy Control Systems Dedicated Controlling Nonlinear Processes // Acta Polytechnica Hungarica. 2007. Vol. 4, No. 3. P. 127-141.
4. Takagi T., Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control // IEEE Trans. Systems Man Cybern. 1985. Vol. 15, No. 1. P. 116-132.
5. Cao Y.-Y., Frank P.M.. Stability and synthesis of nonlinear time-delay systems via linear Takagi-Sugeno fuzzy models // Fuzzy Sets and Systems. 2001. Vol. 124. P. 213-229.
6. Hu S., Liu Y.. Robust H_∞-control of multiple time-delay uncertain nonlinear system using fuzzy model and adaptive neural network // Fuzzy Sets and Systems. 2004. Vol. 146. P. 403-420.
7. Алексеев А.Ф., Алексеев Ф.Ф., Дегтярев Г.Л.. Синтез нелинейных нечетких алгоритмов управления на основе метода векторных функций Ляпунова // Вестник КГТУ. 2012. № 4. С. 247-255.
8. Алексеев А.Ф., Алексеев Ф.Ф., Горшкова К.Л., Дегтярев Г.Л.. Синтез нечетких алгоритмов управления на основе метода векторных функций Ляпунова для систем с запаздыванием // Вестник КГТУ. 2013. № 2.
9. Nardi F. Neural network based adaptive algorithms for nonlinear control. Ph.D.Thesis. Georgia Institute of Technology. November, 2000.